

# Rachunek prawdopodobieństwa

## Lista nr 3 Prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, niezależność zdarzeń

- Niech zdarzenia  $A, B$  są niezależne. Udowodnić, że są niezależne następujące zdarzenia
  - $A, B'$ ;
  - $A', B$ ;
  - $A, \emptyset$ ;
  - $A, \Omega$ ;
  - $A', B'$ ;
  - $A, B \cup C$  jeśli  $B \cap C = \emptyset$  oraz  $A$  i  $C$  są niezależne.
- Niech  $P(A|B) = P(A|B')$  oraz  $P(B) > 0, P(B') > 0$ . Udowodnić, że zdarzenia  $A, B$  są niezależne.
- Dane są  $P(A) = 0,25, P(A \cup B) = 0,75$ . Wiedząc, że  $A, B$  są niezależne oblicz prawdopodobieństwa  $P(B|A)$  oraz  $P(A \setminus B)$ .
- Dane są prawdopodobieństwa  $p_1 = P(A)$  i  $p_2 = P(A' \cap B)$ . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A' \cap B'$ , jeżeli zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne.
- Wykazać, że jeżeli w pewnej przestrzeni probabilistycznej zdarzenia  $A_1, A_2, A_3$  są parami niezależne oraz zdarzenie  $A_1$  nie zależy od iloczynu zdarzeń  $A_2, A_3$ , to nie zależy ono także od ich sumy.
- W urnie jest  $n$  kul białych i 3 czarne. Jakie powinno być  $n$ , aby prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych było większe od 0,5?
- Z urny, w której jest  $n$  kul ponumerowanych od 1 do  $n$ , losujemy dwie kule bez zwracania. Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch takich kul, że wartość bezwzględna różnicy ich numerów wynosi 3, jest równe  $\frac{14}{9n}$ . Oblicz ilość kul w urnie.
- W urnie jest  $n$  kul białych i 6 zielonych. Wyznacz  $n$  tak, by przy losowaniu z tej urny dwóch kul bez zwracania prawdopodobieństwo wylosowania obu kul zielonych było większe od  $\frac{4}{15}$ .
- (Problem 4 kłamców) Spośród czterech ludzi (A,B,C, D) pierwszy (A) otrzymał informację, którą przekazuje drugiemu (B) w postaci sygnału "tak" lub "nie". Drugi w ten sam sposób przekazuje ją trzeciemu (C), trzeci czwartemu (D) i czwarty podaje tę informację. Wiadomo, że każdy z nich mówi prawdę tylko w jednym przypadku na trzy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pierwszy z tych kłamców powiedział prawdę, jeżeli czwarty powiedział prawdę?
- Na pewnym kierunku studiów skład grup studenckich przedstawiał się następująco: I grupa 14 studentek i 11 studentów, II 12 studentek i 12 studentów, III 17 studentek i 5 studentów. Z listy zawierającej spis wszystkich osób studiujących na tym kierunku wylosowano jedną osobę.
  - oblicz prawdopodobieństwo, że będzie to studentka.
  - wylosowana osoba okazała się studentką. Obliczyć prawdopodobieństwo, że należy ona do grupy III.
- Mamy 5 urn typu A i 7 urn typu B. W każdej z urn typu A jest po 7 kul białych, 3 czarnych i 5 niebieskich, a w każdej z urn typu B: 4 białe, 4 czarne i 7 niebieskich. Z losowo wybranej urny wzięto dwie kule. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych.
- W pewnej fabryce maszyny typu A,B,C dają odpowiednio 25 %, 35 % i 40 % produkcji danego wyrobu. Maszyny te produkują odpowiednio 5 %, 4 % i 2 % braków.
  - Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania towaru dobrego
  - Wylosowano towar dobry. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi on z maszyny B.
- Dane są dwie urny  $A$  i  $B$ . Urna  $A$  zawiera 17 kul białych, 3 czarne i 4 niebieskie, zaś urna  $B$  10 białych, 5 czarnych i 15 niebieskich. Rzucamy kostką do gry, a następnie losujemy dwie kule z urny zgodnie z następującą regułą: *Jeśli w pierwszym rzucie wypadły jedno lub dwa oczka losujemy z urny  $A$ , a jeśli 3,4,5 to z urny  $B$ . Natomiast gdy wypadło sześć oczek, to rzucamy ponownie i dokonujemy losowania urny zgodnie z regułą podaną dla pierwszego rzutu kostką z tym, że w przypadku wyrzucenia 6 losujemy również z urny  $B$ .* Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul różnych kolorów.